KAPITTEL 1 - ALGEBRA

1. Regnerekkefølger og regneregler

Legg først merke til at:

$2(-3) = 2 \cdot (-3) = -6\,,\quad ab = a \cdot b = b \cdot a = ba$ og $a \cdot a = a^2$

Legg spesielt merke til at:

$-a^2 = -a \cdot a\,,\quad (-a)^2 = (-a) \cdot (-a) = a^2$ og

$(-a)^3 = (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) = -a^3$

Eksempel 1.1: Regn ut

a) $3 + 4 \cdot 5 = 3 + 20 = \underline{\underline{23}}$

b) $-2(3-1) = -2(2) = \underline{\underline{-4}}$

c) $-3(1-5) = -3(-4) = \underline{\underline{12}}$

d) $-2^2 = -2 \cdot 2 = \underline{\underline{-4}}$

e) $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = \underline{\underline{4}}$

f) $-3 - 2(-3) = -3 + 6 = \underline{\underline{3}}$

g) $2(4-6) - 3(-2)^3 = 2(-2) - 3(-8) = -4 + 24 = \underline{\underline{20}}$

<u>Oppgave 1.1: Regn ut</u>

a) $2 + 3(-2)$

b) $2(4-2) - 3(5-1)$

c) $-3^2 + 3(-2)^2$

d) $-2(-2^2) + (-2)^3$

Eksempel 1.2: Regn ut

a) $-a(a-b) - 2ab + a^2 = -a^2 + ab - 2ab + a^2 = \underline{\underline{-ab}}$

b) $a(b-c) - c(a-b) + b(c-a) = ab - ac - ca + cb + bc - ab$
$= \underline{\underline{-2ac + 2bc}}$

c) $(a-1)(4+a) = a \cdot 4 + a \cdot a - 1 \cdot 4 - 1 \cdot a = 4a + a^2 - 4 - a$
$= \underline{\underline{a^2 + 3a - 4}}$

<u>Oppgave 1.2: Regn ut</u>

a) $3(a+1) + a(b-3) - ab$

b) $2a(a-3) - 6(a^2 - a)$

c) $a(a-b) - b(3-a) + 3b$

d) $-a^2 - (-a)^2 + 3a^2$

e) $(2+b)(b-5)$

2. Kvadratsetningene

1. Kvadratsetning $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Kvadratsetning $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. Kvadratsetning $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

De tre kvadratsetningene bør du lære deg utenat. Da kan du raskere løse oppgaver der uttrykkene $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ og $(a+b)(a-b)$ inngår.

Kvadratsetningene utledes slik:

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$

Eksempel 2.1: Regn ut med kvadratsetningene

a) $(x+2)^2 = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 = \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}}$

b) $(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = \underline{\underline{4x^2 - 12x + 9}}$

Merk at i eksempel 2.1b) er: $(2x)^2 = 2x \cdot 2x = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x = 4x^2$

c) $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = \underline{\underline{x^2 - 4}}$

d) $(3x+4)(3x-4) = (3x)^2 - 4^2 = \underline{\underline{9x^2 - 16}}$

<u>Oppgave 2.1: Regn ut med kvadratsetningene</u>

a) $(x+3)^2$ b) $(3x-4)^2$

c) $(x-5)(x+5)$ d) $(2x+3)(2x-3)$

Eksempel 2.2: Regn ut med kvadratsetningene

a) $(2a+b)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot b + b^2 = \underline{\underline{4a^2 + 4ab + b^2}}$

b) $(3a-2b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 = \underline{\underline{9a^2 - 12ab + 4b^2}}$

c) $(2a-3b)(2a+3b) = (2a)^2 - (3b)^2 = \underline{\underline{4a^2 - 9b^2}}$

<u>Oppgave 2.2: Regn ut med kvadratsetningene</u>

a) $(a+3b)^2$ b) $(5a-4b)^2$

c) $(a-3b)(a+3b)$ d) $(6x-2y)(6x+2y)$

3. Faktorisering ved hjelp av kvadratsetningene

Å faktorisere tallet 60, betyr å skrive $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Vi kan bruke følgende metode for å faktorisere et helt tall:

Eksempel 3.1: Faktoriser tallet 420

$$\begin{array}{r} 420 : 2 \\ 210 : 2 \\ 105 : 3 \\ 35 : 5 \\ 7 : 7 \\ 1 \end{array}$$

Svar: Faktoriseringen av tallet 420, er: $420 = \underline{\underline{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}}$

Merk at dersom summen av sifrene i et tall er delelig med 3, så er tallet delelig med 3.

<u>Oppgave 3.1: Faktoriser tallene</u>

a) 54 b) 96

Vi kan faktorisere uttrykk ved å bruke kvadratsetningene motsatt vei.

Eksempel 3.2: Faktoriser uttrykkene i førstegradsfaktorer

a) $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 = \underline{\underline{(x+3)(x+3)}}$

b) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = \underline{\underline{(x-1)(x-1)}}$

c) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = \underline{\underline{(x-3)(x+3)}}$

d) $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = \underline{\underline{(2x-5)(2x+5)}}$

<u>Oppgave 3.2: Faktoriser uttrykkene i førstegradsfaktorer</u>

a) $x^2 - 4x + 4$ b) $x^2 + 10x + 25$

c) $x^2 - 16$ d) $9x^2 - 36$

Eksempel 3.3: Faktoriser uttrykkene i førstegradsfaktorer

a) $5x^2 - 15x = \underline{\underline{5x(x-3)}}$

b) $3ax^2 - 12a = 3a(x^2 - 4) = \underline{\underline{3a(x-2)(x+2)}}$

c) $x^3 - a^2x = x(x^2 - a^2) = \underline{\underline{x(x+a)(x-a)}}$

<u>Oppgave 3.3: Faktoriser uttrykkene i førstegradsfaktorer</u>

a) $4x^2 - 2x$ b) $3ax^2 + 12bx$ c) $x^3 - 36x$

d) $25x^2 - 4a^2$ c) $ax^2 - 4ab^2$ d) $8a^2x^2 - 32b^2$

4. Brøkregning

Brøken $\frac{a}{b}$ betyr det samme som $a : b$ $(a\ delt$ på $b)$. Over brøkstreken har vi *telleren* og under brøkstreken har vi *nevneren*: $\frac{Teller}{Nevner}$

Regneregler i brøkregning:

Regel 1 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ (Legg merke til at: $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{1} = \frac{a \cdot c}{b}$)

Regel 2 $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$

Regel 3 $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ Her kaller vi c for fellesnevner.

Eksempel 4.1: Regn ut og forkort brøken mest mulig

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{9} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

b) $\frac{5}{2} : \frac{15}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{15} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{5}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

Skal vi legge sammen brøker med ulike nevnere, må vi utvide brøkene slik at de får samme nevner. I neste eksempel er fellesnevneren 6.

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 6} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{6}{6} = \frac{4+3-6}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

d) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{5-6}{30} = \frac{-1}{30} = -\frac{1}{30}$

<u>Oppgave 4.1: Regn ut og forkort brøken mest mulig</u>

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{16}$ b) $\frac{14}{3} : \frac{21}{6}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2$ d) $-2\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$

Eksempel 4.2: Regn ut og forkort brøken mest mulig

a) $\left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 4} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{8-3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2-1}{6}\right)$

$= \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 1}{4 \cdot 6} = \underline{\underline{\frac{5}{24}}}$

b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}\right) = \left(\frac{3-2}{6}\right) : \left(\frac{3-2}{4}\right)$

$= \frac{1}{6} : \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

Oppgave 4.2: Regn ut og forkort brøken mest mulig

a) $2-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)$ b) $1-3\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)$

c) $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)$ d) $\left(\frac{1}{2}-3\right):\left(\frac{2}{5}-\frac{5}{2}\right)$

Eksempel 4.3: Skriv de brudne brøkene enklere

a) $$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}=\frac{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot 12}{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot 12}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 12-\frac{1}{3}\cdot 12}{\frac{3}{4}\cdot 12-\frac{1}{2}\cdot 12}=\frac{6-4}{9-3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

b) $$\frac{\frac{3}{5}+4}{2-\frac{1}{3}}=\frac{\left(\frac{3}{5}+4\right)\cdot 15}{\left(2-\frac{1}{3}\right)\cdot 15}=\frac{\frac{3}{5}\cdot 15+4\cdot 15}{2\cdot 15-\frac{1}{3}\cdot 15}=\frac{9+60}{30-5}=\underline{\underline{\frac{69}{25}}}$$

Her har vi ganget med fellesnevneren til alle brøkene både i telleren og nevneren.

Oppgave 4.3: Skriv enklere

a) $\dfrac{\frac{1}{2}-3}{\frac{2}{5}-\frac{5}{2}}$ b) $\dfrac{\frac{7}{30}-\frac{3}{5}}{\frac{1}{6}-\frac{2}{3}}$

Eksempel 4.4: Regn ut og forkort brøkene

a) $$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{a-b}{ab}=\frac{1\cdot b}{a\cdot b}+\frac{1\cdot a}{b\cdot a}-\frac{a-b}{ab}=\frac{b+a-(a-b)}{ab}=\frac{a+b-a+b}{ab}=\frac{2b}{ab}=\underline{\underline{\frac{2}{a}}}$$

b) $$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=\frac{1\cdot(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{1(x+1)}{(x-1)(x+1)}-\frac{2}{(x+1)(x-1)}$$

$$=\frac{x-1+x+1-2}{(x+1)(x-1)}=\frac{2x-2}{(x+1)(x-1)}=\frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\underline{\underline{\frac{2}{x+1}}}$$

Oppgave 4.4: Regn ut og skriv brøkene så enkelt som mulig

a) $\frac{4}{a}-\frac{1}{b}-\frac{8b-a}{2ab}$ b) $a-\frac{2a-1}{2}+\frac{12a-3}{4}$ c) $\frac{x-3}{x+2}+\frac{4}{x-2}-\frac{x^2-8x}{x^2-4}$

Eksempel 4.5: Forkort brøkene

a) $\frac{2x^2-4x}{x-2} = \frac{2x(x-2)}{x-2} = \underline{\underline{2x}}$

b) $\frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = \underline{\underline{x-2}}$

c) $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+1)} = \underline{\underline{\frac{x-1}{x+1}}}$

d) $\frac{x-1}{1-x} = \frac{-(1-x)}{1-x} = \underline{\underline{-1}}$

e) $\frac{x^2-9}{3-x} = \frac{(x+3)(x-3)}{-(x-3)} = -\frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = -(x+3) = \underline{\underline{-x-3}}$

<u>Oppgave 4.5: Forkort brøkene</u>

a) $\frac{3a-ab}{2ab}$ b) $\frac{2x+10}{x^2-25}$ c) $\frac{x}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{3x+6}$ d) $\frac{x-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$ e) $\frac{3x^2-5x}{9x-15}$

5. Potenser

Tallet $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$. Vi skriver tallet 8 som en *potens* med *grunntall* 2 slik: 2^3, fordi 8 er tallet 2 ganget med seg selv tre ganger. Videre er $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, fordi «3 opphøyd i fjerde» er tallet 3 ganget med seg selv fire ganger.

$$Potens = grunntall^{eksponent}$$

Potensregler:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
3) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Definisjoner:

1) $a^0 = 1$
2) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Vi skal først vise noen eksempler på bruk av potensreglene og vise hvorfor vi har definisjon 1) og 2).

Eksempel 5.1: Regn ut

a) $2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^1 \cdot 2^1 \cdot 2^1 \cdot 2^1 \cdot 2^1 = \underline{\underline{2^5}}$

Vi ser det er raskere å bruke regel 1): $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = \underline{\underline{2^5}}$

b) $\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 = \underline{\underline{2^2}}$

Vi ser det er raskere å bruke regel 2): $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = \underline{\underline{2^2}}$

c) $(3^2)^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{3^6}}$

Vi ser det er raskere å bruke regel 3): $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = \underline{\underline{3^6}}$

d) $3^4 \cdot \frac{1}{3^5} = \frac{3^4}{3^5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

Vi ser det er raskere å bruke regel 2) først, og deretter definisjon 2):

$$3^4 \cdot \frac{1}{3^5} = \frac{3^4}{3^5} = 3^{4-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

e) $\frac{2^4}{2^4} = \underline{\underline{1}}$

Bruker vi regel 2, får vi at: $\frac{2^4}{2^4} = 2^{4-4} = 2^0 = \underline{\underline{1}}$. Vi ser her at det er fornuftig å definere at $2^0 = 1$, og derfor har vi definisjon 1.

f) $\frac{6^2}{4 \cdot 9^2} = \frac{(2 \cdot 3)^2}{2^2 \cdot (3^2)^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^{2 \cdot 2}} = \frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^4} = 2^{2-2} \cdot 3^{2-2-4} = 2^0 \cdot 3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{81}}}$

Når vi har potenser med ulike grunntall i samme regnestykke, som i eksempel f), er det lurt å gjøre om grunntallene slik at vi får flest mulig potenser med samme grunntall.

Oppgave 5.1: Regn ut

a) $\frac{3^6 \cdot 3^2}{3^7}$

b) $\frac{2^5}{2^3 \cdot 2^{-2}}$

c) $(3^2 \cdot 2^{-1}) \cdot (2 \cdot 3^{-1})^2$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$

e) $\frac{4^2 \cdot 2^{-1}}{8}$

f) $(4 \cdot 3^2)^{-1} \cdot (3 \cdot 2^2)^2$

Eksempel 5.2: Regn ut

a) $\frac{a \cdot b^2 \cdot c^3}{a^{-4} \cdot b^5 \cdot c^6} = a^{1-(-4)} \cdot b^{2-5} \cdot c^{3-6} = a^5 \cdot b^{-3} \cdot c^{-3} = \underline{\underline{\frac{a^5}{b^3 c^3}}}$

b) $\frac{(2 \cdot a^2)^3 \cdot (2^2 \cdot a^{-3})^2}{(2^{-1} \cdot a^{-2})^{-2}} = \frac{2^3 \cdot a^6 \cdot 2^4 \cdot a^{-6}}{2^2 \cdot a^4} = \frac{2^7}{2^2} \cdot \frac{a^0}{a^4} = 2^{7-2} \cdot a^{0-4} = 2^5 \cdot a^{-4} = \underline{\underline{\frac{2^5}{a^4}}}$

Alternativt: $\frac{(2 \cdot a^2)^3 \cdot (2^2 \cdot a^{-3})^2}{(2^{-1} \cdot a^{-2})^{-2}} = 2^{3+4-2} \cdot a^{6+4-4} = 2^5 \cdot a^{-4} = \underline{\underline{\frac{2^5}{a^4}}}$

<u>Oppgave 5.2: Regn ut</u>

a) $3^{-2} \cdot x^4 \cdot (3^2 \cdot x^{-1})^2$ b) $\frac{x^2 \cdot y^{-3}}{x^3 \cdot y^{-4}}$ c) $\frac{(a^2 \cdot b)^3}{a^5 \cdot b^2}$

d) $\frac{(x^3 \cdot y)^5 \cdot y^5}{(x^4 \cdot y^2)^3}$ e) $\frac{(2^{-1} \cdot x^2)^{-2}(2^3 \cdot x^{-2})^3}{(2 \cdot x^{-1})^{11}}$ f) $\frac{\frac{1}{16} \cdot x^{-2} \cdot y^{-6}}{(2^3 \cdot x \cdot y^2)^{-3}}$

Standardform

Vi skriver veldig store og veldig små tall på *standardform* for å gjøre det enklere å regne med slike tall.

Standardform skrevet generelt: $a \cdot 10^n$, der $0 < a < 10$

Eksempel 5.3: Skriv tallene på standardform

a) $32400 = 3{,}24 \cdot 10000 = \underline{\underline{3{,}24 \cdot 10^4}}$

b) $0{,}0324 = 3{,}24 \cdot \frac{1}{100} = \underline{\underline{3{,}24 \cdot 10^{-2}}}$

<u>Oppgave 5.3: Skriv tallene på standardform</u>

a) 4850000000 b) $0{,}0008631$

Eksempel 5.4: Regn ut og skriv svaret på standardform

a) $12000000 \cdot 0{,}000006 = 1{,}2 \cdot 10^7 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-6} = 1{,}2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{7-6}$

$= 7{,}2 \cdot 10^1 = \underline{\underline{72}}$

b) $\frac{1200000 \cdot 0{,}023}{6000} = \frac{1{,}2 \cdot 10^6 \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^3} = \frac{1{,}2 \cdot 2{,}3}{6} \cdot 10^{6-2-3} = 0{,}46 \cdot 10^1 = \underline{\underline{4{,}6}}$

<u>Oppgave 5.4: Regn ut og skriv svaret på standardform</u>

a) $1100000 \cdot 0{,}000005$ b) $850000 \cdot 0{,}002$ c) $\frac{30000 \cdot 0{,}0005}{150000}$

6. Kvadratrøtter

$\sqrt{a}$ betyr kvadratroten av det positive tallet a. Vi definerer $\sqrt{a}$ som det positive tallet som er slik at $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

Vi har to regneregler for kvadratrøtter:

$\sqrt{a\cdot b} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ og $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Eksempel 6.1: Skriv så enkelt som mulig

a) $\sqrt{8} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 2} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2\cdot\sqrt{2} = \underline{\underline{2\sqrt{2}}}$

b) $\sqrt{18} = \sqrt{2\cdot 3\cdot 3} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{2}\cdot 3 = \underline{\underline{3\sqrt{2}}}$

c) Legg merke til forskjellen mellom: $\sqrt{25-16} = \sqrt{9} = \underline{\underline{3}}$ og

$\sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = \underline{\underline{1}}$

d) $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$

Eller: $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{8}{2}}\cdot\sqrt{\frac{3}{6}} = \sqrt{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$

<u>Oppgave 6.1: Skriv så enkelt som mulig</u>

a) $\sqrt{50}$ b) $\sqrt{108}$ c) $\sqrt{18} - \sqrt{8}$ d) $\frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ e) $\frac{\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}$

Eksempel 6.2: Skriv så enkelt som mulig når $a > 0$.

a) $\sqrt{75a^2} = \sqrt{3\cdot 5\cdot 5\cdot a\cdot a} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{a} = \sqrt{3}\cdot 5\cdot a = \underline{\underline{5\sqrt{3}\cdot a}}$

b) $\sqrt{6}\cdot\left(\sqrt{54} - \sqrt{24}\right) = \sqrt{6}\cdot\sqrt{54} - \sqrt{6}\cdot\sqrt{24}$

$= \sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$

$= 2\cdot 3\cdot 3 - 2\cdot 2\cdot 3 = 18 - 12 = \underline{\underline{6}}$

<u>Oppgave 6.2: Skriv så enkelt som mulig</u>

a) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{8} - \sqrt{2}\right)$ b) $\sqrt{12\cdot a^2}$, $a > 0$.

c) $\sqrt{12}\cdot\left(\sqrt{75} - \sqrt{48}\right)$ d) $\frac{\sqrt{20\cdot a^2}}{a\cdot\sqrt{10}}$, $a > 0$.

Eksempel 6.3: Skriv så enkelt som mulig

a) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2-1=\underline{\underline{1}}$

b) $\frac{\sqrt{8}+2\sqrt{2}}{\sqrt{32}}=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\underline{\underline{1}}$

c) $\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}=\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+2}=\underline{\underline{\sqrt{x}-2}}$, $x>0$.

<u>Oppgave 6.3: Skriv så enkelt som mulig, når $a>0$.</u>

a) $\sqrt{6}\cdot\left(\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ b) $\frac{\sqrt{8a}+\sqrt{18a}}{\sqrt{50a}}$ c) $\left(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ d) $\frac{a-1}{\sqrt{a}+1}$

Røtter av n-te grad

Tredjeroten av 27 skriver vi slik: $\sqrt[3]{27}=3$, fordi $3\cdot 3\cdot 3=27$.
Fjerderoten av 16 skriver vi slik: $\sqrt[4]{16}=2$, fordi $2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=16$.

Kvadratroten av 4, $\sqrt{4}$, er egentlig det samme som andreroten av fire, $\sqrt[2]{4}$.

Når vi regner med røtter av n-te grad, kan vi skrive det slik:

$\sqrt{4}=4^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt[3]{27}=27^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[4]{16}=16^{\frac{1}{4}}$

Generelt har vi at: $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}}$

Eksempel 6.4

a) $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{8}=8^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}}=8^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=8^{\frac{3}{3}}=8^1=\underline{\underline{8}}$

b) Tredjeroten av tallet 8 er: $\sqrt[3]{8}=8^{\frac{1}{3}}=(2^3)^{\frac{1}{3}}=2^{3\cdot\frac{1}{3}}=2^{\frac{3}{3}}=2^1=\underline{\underline{2}}$

c) Fjerderoten av tallet 81 er: $\sqrt[4]{81}=81^{\frac{1}{4}}=(3^4)^{\frac{1}{4}}=3^{4\cdot\frac{1}{4}}=3^{\frac{4}{4}}=3^1=\underline{\underline{3}}$

<u>Oppgave 6.4: Regn ut</u>

a) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[3]{64}$ c) $\sqrt[5]{32}$

Eksempel 6.5: Regn ut

a) $\sqrt[5]{8}\cdot\sqrt[5]{4}=\sqrt[5]{2^3}\cdot\sqrt[5]{2^2}=2^{\frac{3}{5}}\cdot 2^{\frac{2}{5}}=2^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}}=2^{\frac{5}{5}}=2^1=\underline{\underline{2}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}=\sqrt[4]{\frac{2^4}{3^4}}=\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{4}{4}}=\left(\frac{2}{3}\right)^1=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

c) $\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[3]{a}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}=a^{\frac{3}{6}+\frac{5}{6}-\frac{2}{6}}=a^{\frac{12}{12}}=a^1=\underline{\underline{a}}$

<u>Oppgave 6.5: Regn ut</u>

a) $\sqrt[3]{27}\cdot\sqrt{9}$ b) $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$ c) $\sqrt[4]{2^5}\cdot\sqrt[4]{2^3}$ d) $\sqrt{8}\cdot\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[4]{4}$ e) $\frac{\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x^5}}$